Bell usa un circuito RLC y, por el método de la transformada de Laplace, encuentra que el escalón produce dos señales, una de frecuencia igual a la frecuencia final de la señal aplicada y la otra de frecuencia igual a la natural del circuito. Obtiene la frecuencia resultante como superposición de un término que varía exponencialmente hacia f_2 y de unas componentes cuya frecuencia varía sinusoidalmente produciendo fluctuaciones de frecuencia. Supone que estas fluctuaciones van a ser eliminadas en los siguientes circuitos y queda la *componente de variación exponencial.*

Gumowski ataca el problema por medio de la transformada de Fourier, pero encuentra que no existe la transformada de Fourier para el escalón de frecuencia, al menos al tomar las integrales en el sentido de Riemann. Supera esta dificultad tomando las integrales en el mismo sentido que la teoría de la distribución y llega a la conclusión de que no hay ninguna variación brusca en la frecuencia de la respuesta sino una variación exponencial desde f_1 a f_2.

El resultado válido es el de Gumowski ya que no introduce ninguna hipótesis irreal. La confirmación la da Cotton[6] el cual utilizando el mismo método que Bell, la transformada de Laplace, y afinando más en las hipótesis llega a las mismas ecuaciones que Gumowski. Podemos resumir que las anomalías en el resultado de Salinger se deben a usar un filtro ideal, de propiedades, como red lineal pasiva, inexistentes respecto a un filtro real idealizado. Bell supone que las amplitudes de las dos señales que obtiene como resultado son constantes, cuando en realidad, la de frecuencia igual a la natural, decae exponencialmente y no tiene en cuenta el defasaje inicial de ambas.

Por último, la monografía de Cotton contiene un interesante estudio de estos regímenes transitorios en distintos dipolos sencillos comparándolos con los que se presentan con señales moduladas en amplitud.

ELÍAS MUÑOZ MERINO
4.º curso ETSIT

BIBLIOGRAFIA

1. H. Salinger, "Transients in Frequency Modulation" P. I. R. E., 1942, vol. 30, pág. 378.
2. D. A. Bell, "Transient Response in Frequency Modulation". Philosophical Magazine, 199, vol. 35, pág. 143.
3. I. Gumowsky, "Transient Response in FM". P. I. R. E., 1954, vol. 42. pág. 819.
4. R. F. Brown, "Frequency Modulation Distortion in Linear Networks". Proceedings I. E. E. (Londres). No. 2.196 R. enero 1967.
5. S. J. Cotton, "A comparison ofthe transient response of AM signals and FM signals". I. E. E. (Londres). Monografía No. 322R, dic. 1958.

SOBRE LA FORMULACION DE LAS ECUACIONES DEL CAMPO ELECTRICO Y MAGNETICO

Con esta breve nota no intentaré más que dar una pequeña idea de la actual controversia surgida con motivo de la aparición del libro de Chu [1] y la consecuente discusión de los modelos más característicos de formulación de las ecuaciones de Maxwell: el modelo de Minkowski, el de Boffi o Amperiano y el de Chu.

El modelo Amperiano, como ya sabemos, toma como básicos los campos E y B. Chu, en cambio, toma los E y H. Y mientras el primero rechaza categóricamente cualquier tipo de cargas magnéticas, Chu introduce para su formulación dipolos magnéticos. De forma experimental, hasta el momento, no se ha podido demostrar la existencia o la no existencia de tales cargas magnéticas; consecuentemente, una y otra suposición es cierta y falsa al mismo tiempo. Eggimann, siguiendo con tales suposiciones, sugiere la existencia de monopolos magnéticos y hace también una breve discusión [11] de lo que implicaría para las ecuaciones del campo.

En el modelo Amperiano, las ecuaciones de Maxwell, en su forma indefinida, es decir, cuando las relaciones entre los cuatro vectores campo son desconocidas, y para medios móviles, que es donde puede haber alguna dificultad, quedan

$$\text{rot}\, E = -\frac{\delta B}{\delta t} \quad (1)$$

$$\text{rot}\, B/\mu_o = J + \frac{\delta}{\delta t}(\varepsilon_o E + P) + \text{rot}\, M \quad (2)$$

en el de Chu, en cambio, son:

$$\text{rot}\,(E + \mu_o M \times v) = -\frac{\delta}{\delta t}\mu_o (H + M) \quad (3)$$

$$\text{rot}\,(H - P \times v) = \frac{\delta}{\delta t}(\varepsilon_o E + P) + J \quad (4)$$

con M: densidad de magnetización
P: densidad de polarización
J: densidad de corriente libre
v: velocidad del medio móvil.

Ambos sistemas llevan a dos formas de la fuerza de Lorentz aparentemente distintas

$$f_M = \rho E + q\, v \times B \quad (5)$$

$$f_C = \rho E + q\, v \times \mu_o H \quad (6)$$

En el espacio vacío, ambas formulaciones dan el mismo resultado para los campos eléctrico y magnético. Allí pues, parecen equivalentes. Pero hace falta que medidas mecánicas nos verifiquen también que ambas interpretaciones de la fuerza son correctas en el espacio no vacío.

Penfield opina que ambas formulaciones son igualmente válidas, que ninguna puede ser medida excepto para el espacio vacío, y que la fuerza *total* es la misma por el procedimiento de Chu y por el de Minkowski.

Tai, en un estudio sobre la electrodinámica del medio móvil afirma que, en su forma indefinida, todos los modelos de las ecuaciones de Maxwell son igualmente aceptables. ya que su naturaleza persiste para cualquier transformación lineal; y él demuestra la existencia de unas transformaciones que llevan ambos modelos a uno único que no es otro que el ya conocido de Minkowski, idéntico para los medios en reposo. Chu mismo, había sido el primero en admitir que "ya que las combinaciones lineales de vectores o tensores se transforman propiamente, no hay diferencia matemática en las tres formulaciones, excepto para las definiciones de campo y medio" y más adelante continúa "veremos, sin embargo, que cuando tratemos con fuerzas, potencias, energías y tensiones, las tres formulaciones difieren radicalmente una de otra".

A partir de aquí parece surgir la controversia: podremos definir cualquier tipo de vectores o tensores para el campo con tal de que matemáticamente sean equivalentes, pero físicamente, ¿serán correctos todos los modelos? Hasta que de forma experimental no podamos demostrar que tal modelo satisface de hecho la fuerza de Lorentz o la de Chu, no se podrá hablar más que de la mayor o menor elegancia de una cierta formulación. Sólo eso.

Szablya, mediante razonamientos energéticos, llega a la conclusión de que la forma de Minkowski, la (5), es la correcta. Pero él parte de la densidad de coenergía magnética dW' = B.dH que, opina, ha sido probada experimentalmente con los sistemas magnéticos no lineales. Pero no es más que una opinión. Si se parte de la densidad de energía magnética, en la forma de Chu, dW = μ H.dH, razonamientos análogos a los suyos conducirán a la (6). ¿Cuál es entonces la correcta?

Para llegar a una conclusión cierta habría que descender al nivel microscópico. Mas los campos B y H son macroscópicos y, normalmente, no estarán relacionados de forma directa con los campos microscópicos que puedan actuar sobre una haz de partículas elementales que los atraviesen. Entonces habríamos de tener en cuenta las interacciones existentes entre el medio y las partículas móviles. De una manera experimental, no podremos hacer, por el momento, medidas de tal fenómeno.

Sólo queda así calcular la fuerza ejercida sobre el haz de partículas y el material por el que pasa. O sea, una fuerza total de partícula y medio. En este caso parece que ambas formulaciones son idénticas. Pero en el otro, ¿qué ocurre? Nada hay que lleve a aprobar una formulación y desaprobar otra. Quedamos a la espera de nuevos comentarios. Los que hasta el presente he podido recopilar pueden verse en la Bibliografía adjunta.

J. Antonio MARTÍN PEREDA
4.º curso E.T.S.I.T.
4.º curso *Ciencias Físicas.*